

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ АДМИНИСТРАЦИИ г. РЕУТОВ  
Муниципальное бюджетное учреждение дополнительного образования  
«Дом детского творчества»

Московская область, 143966  
г. Реутов, ул. Строителей, д.11

телефон (факс) (495) 528-55-62  
e-mail: info@ddt-reutov.ru



**ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ОБЩЕРАЗВИВАЮЩАЯ ПРОГРАММА  
«ВВЕДЕНИЕ В ВЫЧИСЛИТЕЛЬНУЮ МАТЕМАТИКУ»**

*Направленность:* техническая  
*Уровень программы:* стартовый  
*Возраст учащихся:* 14-16 лет  
*Срок реализации:* 1 год (72 часа)

*Автор-составитель:*  
Посевин Данила Павлович  
педагог дополнительного образования

Реутов  
2018-2019

**ПРОГРАММА КУРСА**  
**«ВВЕДЕНИЕ В ВЫЧИСЛИТЕЛЬНУЮ МАТЕМАТИКУ»**  
**2018-2019**

**СОДЕРЖАНИЕ ОБУЧЕНИЯ**

**ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

Курс «ВВЕДЕНИЕ В ВЫЧИСЛИТЕЛЬНУЮ МАТЕМАТИКУ» разработан в рамках реализации концепции профильного обучения на старшей ступени общего образования и соответствует Государственному стандарту среднего образования по предмету «Информатика и ИКТ», «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия» (базовый и углубленный уровни).

При разработке данного курса учитывалось, что данный курс как компонент образования должен быть направлен на удовлетворение потребностей и интересов учащихся как старших классов, так и младших, на формирование у них новых видов познавательной и практической деятельности, которые не характерны для традиционных учебных курсов информатики и математики.

Важна роль изучения методов решения численных задач и задач линейной алгебры для развития мышления школьников, формирования многих приемов умственной деятельности. Изучая основы вычислительной математики, учащиеся систематизируют знания по решению систем линейных уравнений, решению уравнений вида  $f(x)=0$ , приобщаются к алгоритмической культуре, дополняют и развиваются навыки программирования и получают возможность более качественно подготовиться к сдаче ЕГЭ по информатике и математике.

**Цель данного курса** – освоение учащимися различных ключевых методов решения типовых численных задач, реализация методов решения линейных уравнений, методов численного дифференцирования и интегрирования, методов оценки погрешностей вычислений на базе языка программирования Си и пакета инженерной графики gnuplot.

**Задачи курса:**

- Сформировать у учащихся интерес к исследовательской деятельности
- Дать учащимся возможность реализовать свой интерес к выбранному курсу.
- Научить учащихся практически реализовывать задачи линейной алгебры на ЭВМ и получить представление об этой науке с точки зрения алгоритмического мышления.
- Приобретение знаний и навыков алгоритмизации учащимися в ее структурном варианте.
- Развитие алгоритмического мышления учащихся.
- Углубление знаний, умений и навыков решения задач по программированию и алгоритмизации.

Содержание программы качественно отличается от базового курса информатики, математики и геометрии. Данная программа предусматривает выделение ключевых задач, построение ориентировочной основы поиска, пути их решения и решения, связанных с ними задач. Также происходит увеличение числа изучаемых дидактических единиц.

Программа курса имеет линейную структуру, однако, в зависимости от уровня подготовки учащихся по предмету и ценностей освоения содержания данной программы, предусматривается перераспределение часов между темами.

**Категория обучающихся по программе:** учащиеся 8-е - 11-е классы, решившие поступать в ВУЗы технической направленности.

**Срок реализации программы:** один учебный год 72 академических часа.

**Форма обучения:**

- очная (занятия в компьютерном классе).
- групповая (занятия проводятся в одновозрастных группах, численный состав группы – не более 15 человек (по количеству доступных компьютеров).

Основной формой проведения занятий являются личностно-ориентированные практикумы по решению задач, предусматривающие:

- подбор индивидуальных заданий (для тематического практикума – 2–3 задачи, для итогового – 5 – 10 задач) исходя из их способностей и психологического настроя к программированию;
- задачи для каждого ученика посильные, т. е. он заведомо уверен в своем успехе.

Минимально необходимый уровень знаний, умений и навыков учащихся, необходимых для успешного прохождения курса:

- базовые алгоритмические структуры,
- запись алгоритма.

Организация курса предполагает занятия, которые учащиеся выполняют самостоятельно в компьютерном классе, а также формы, где педагог объясняет новый материал (лекции), консультирует учащихся в процессе решения численных задач.

### ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ ЗАНЯТИЙ по первой части курса

2018 год

| Название раздела, темы  | Всего часов | Теория | Практика | Формы аттестации/контроля |
|---|-------------|--------|----------|---------------------------|
| Причины возникновения неустранимых погрешностей при вычислениях на ЭВМ.     | 4           | 2      | 2        | зачет                     |
| Метод Ньютона решения нелинейных уравнений.                                 | 4           | 2      | 2        | зачет                     |
| Метод половинного деления решения нелинейных уравнений.                     | 4           | 2      | 2        | зачет                     |
| Метод простых итераций решения нелинейных уравнений.                        | 4           | 2      | 2        | зачет                     |
| Оценка скорости вычислений решения систем линейных уравнений.               | 4           | 2      | 2        | зачет                     |
| Приведение матрицы системы линейных уравнений к верхнему треугольному виду. | 6           | 2      | 4        | зачет                     |
| Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.                             | 6           | 2      | 4        | зачет                     |

**ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ ЗАНЯТИЙ**  
 по второй части курса  
 2019 год

| Название раздела, темы   | Всего часов | Теория | Практика | Формы аттестации/контроля |
|--|-------------|--------|----------|---------------------------|
| Интерпретация решений численных задач с помощью пакета gnuplot   | 4           | 2      | 2        | зачет                     |
| Метод наименьших квадратов   | 4           | 2      | 2        | зачет                     |
| Приближение функций интерполяционными полиномами   | 4           | 2      | 2        | зачет                     |
| Численное дифференцирование.<br>Правое разностное соотношение.<br>Левое разностное соотношение.            | 4           | 2      | 2        | зачет                     |
| Численное дифференцирование.<br>Центральное разностное соотношение. Сравнение точности методов вычисления. | 4           | 2      | 2        | зачет                     |
| Численное интегрирование.<br>Формула прямоугольников   | 8           | 4      | 4        | зачет                     |
| Численное интегрирование.<br>Формула трапеций  | 8           | 4      | 4        | зачет                     |
| Численное интегрирование.<br>Формула Симпсона  | 8           | 4      | 4        | зачет                     |

**СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО ПЛАНА (ПРОГРАММЫ)**  
 по первой части курса  
 2018 год

**Раздел 1.** Причины возникновения неустойчивых погрешностей при вычислениях на ЭВМ.  
**Теория:** Рассмотрение причин возникновения погрешностей вычислений на ЭВМ на примерах.  
**Практика:** Моделирование ситуаций возникновения погрешностей вычислений, приводящих к абсурдным результатам на задачах по вариантам.

**Раздел 2.** Метод Ньютона решения нелинейных уравнений.  
**Теория:** Вывод итерационной формулы поиска решения нелинейного уравнения  $f(x)=0$ .  
**Практика:** Реализация программы поиска решения нелинейного уравнения  $f(x)=0$  методом Ньютона по вариантам.

**Раздел 3.** Метод половинного деления решения нелинейных уравнений.  
**Теория:** Вывод формул поиска решения нелинейного уравнения  $f(x)=0$ . Рассмотрение условий при которых решение невозможно.  
**Практика:** Реализация программы поиска решения нелинейного уравнения  $f(x)=0$  методом половинного деления по вариантам.

**Раздел 4.** Метод простых итераций решения нелинейных уравнений.  
**Теория:** Условия сходимости метода.  
**Практика:** Разработка программы решения нелинейного уравнения  $f(x)=0$  по вариантам.

## Раздел 5. Оценка скорости вычислений решения систем линейных уравнений

Теория: Рассмотрение различных методов решения систем линейных уравнений и проведение оценки скорости вычислений, сравнение алгоритмов по данному параметру.

Практика: Реализовать решение системы линейных уравнений на основе формулы Крамера и убедиться в том, что время решения задачи бесконечно растет при увеличении размерности матрицы системы линейных уравнений.

## Раздел 6. Приведение матрицы системы линейных уравнений к верхнему треугольному виду.

Теория: LU разложение матрицы, понятие унитарной матрицы и матрицы поворота вектора.

Практика: Разработка программы приведения матрицы к верхнему треугольному виду.

## Раздел 7. Метод Гаусса решения линейных уравнений.

Теория: Алгоритм Гаусса решения линейных уравнений, оценка скорости работы алгоритма.

Рассмотрение случаев при которых возможно появление существенных погрешностей.

Практика: Разработка программы поиска решения системы уравнений методом Гаусса.

# СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО ПЛАНА (ПРОГРАММЫ)

по второй части курса

2019 год

## Раздел 8. Интерпретация решений численных задач с помощью пакета gnuplot.

Теория: Изучение пакета инженерной графики gnuplot. Примеры написания скриптов для получения различных типов графиков в операционных системах Linux и Windows

Практика: Решение практических заданий по вариантам для приобретения навыков работы с пакетом gnuplot.

## Раздел 9. Метод наименьших квадратов.

Теория: Вывод основных выражений для получения коэффициентов функции интерполяции.

Практика: Разработка программы поиска интерполяционной прямой по табличным данным.

## Раздел 10. Приближение функций интерполяционными полиномами.

Теория: Рассмотрение методов интерполяции экспериментальных данных полиномами степени N.

Практика: Разработка программы поиска интерполяционного полинома на основе табличных данных.

## Раздел 11. Численное дифференцирование. Правое разностное соотношение. Левое разностное соотношение.

Теория: Определение производной. Вывод формул правой и левой разностных схем.

Практика: Вычисление производных известных функций численными методами и сравнение с результатами полученными аналитически.

## Раздел 12. Численное дифференцирование. Центральное разностное соотношение. Сравнение точности методов вычисления.

Теория: Вывод формулы центрального разностного соотношения для вычисления производной функции в точке  $x_i$

Практика: Вычисление производных функций по вариантам используя формулу центрального разностного соотношения.

## Раздел 13. Численное интегрирование. Формула прямоугольников.

Теория: Определение интеграла. Вывод формулы прямоугольников, оценка точности вычислений.

Практика: Разработка программы вычисления интеграла по формуле прямоугольников.

## Раздел 14. Численное интегрирование. Формула трапеций.

**Теория:** Вывод формулы трапеций, оценка точности вычислений.

**Практика:** Разработка программы вычисления интеграла по формуле трапеций.

**Раздел 15. Численное интегрирование. Формула Симпсона.**

**Теория:** Вывод формулы Симпсона, оценка точности вычислений.

**Практика:** Разработка программы вычисления интеграла по формуле Симпсона.

## ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

### **Учащиеся должны:**

- уметь оценивать скорость работы алгоритма;
- уметь оценивать погрешность численных расчетов;
- уметь интерпретировать полученные результаты и представить их в виде графиков и расчетных таблиц;
- знать и реализовывать на любом доступном учащемуся языке программирования методы поиска решения нелинейных уравнений и оценивать погрешность вычислений;
- иметь представления о методах решения систем линейных уравнений;
- уметь практически реализовывать LU разложение матрицы A действительных чисел размерности N x N;
- уметь практически на доступном учащемуся языке программирования реализовывать метод поиска решения системы линейных уравнений с верхней треугольной матрицей;
- знать определение производной функции, способы аналитического вычисления и численными методами, сравнивать результаты, получаемые различными разностными схемами и оценивать погрешность вычислений;
- знать определение интеграла, уметь реализовывать методы численного интегрирования и оценивать погрешность вычислений.

## КОМПЛЕКС ОРГАНИЗАЦИОННО-ПЕДАГОГИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ

**Формы организации занятий по базовым темам:**

- групповые занятия,
- практическое занятие,
- итоговые занятия,
- консультации.

### **Методы организации учебно-воспитательного процесса:**

**Методы обучения:** словесный, наглядный, практический, объяснительно-иллюстративный, репродуктивный, частично-поисковый, исследовательский, проблемный, игровой, дискуссионный, проектный.

### **Методы воспитания:**

- создание творческой и дружеской атмосферы в группе;
- создание атмосферы бесконфликтных ситуаций;
- поощрение добрых побуждений;
- сплочение учащихся;
- формирование высоких нравственных чувств;
- воспитание доброты, культуры поведения в обществе;

### **Работа с родителями.**

Регулярное взаимодействие с родителями – одно из условий успешного учебного процесса и формирования дружного и сплоченного коллектива.

#### **Педагогические технологии:**

- технология индивидуализации обучения;
- технология группового обучения;
- технология развивающего обучения;
- технология проблемного обучения;
- технология коллективной творческой деятельности;

### **УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ**

#### **Обязательное оборудование:**

- Компьютерное оборудование – 15 компл.  
1 комплект – Ноутбук с предустановленной ОС Windows 10 Professional или Linux Ubuntu, Linux Debian, USB мышь.

### **ФОРМЫ АТТЕСТАЦИИ**

Текущий и промежуточный контроль уровня усвоения материала осуществляется по результатам выполнения учащимися практикумов по каждому разделу курса. Итоговый контроль реализуется в форме итогового практикума. Знания теоретического материала проверяются с помощью устных зачетов и тестовых численных задач, которые необходимо решить на ЭВМ.

Критерием оценки учебных результатов является работоспособность созданной для решения конкретной задачи программы. Способ фиксации учебных результатов – повторение действий учащихся при решении однотипных задач и применение полученных решений к задачам других типов. Учащийся должен уметь объяснить источники возникновения погрешностей и неточностей при получении численных расчетов, уметь интерпретировать полученные результаты, а также произвести оценку скорости вычислений, знать теоретический материал и при необходимости обосновать критерии применимости использованных аппроксимаций.

### **МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ**

Разработано методическое пособие в форме брошюры, в котором приведены примеры программ с пояснениями на языке программирования Си, а также теоретическая часть лекций.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. 12 лекций по вычислительной математике, вводный курс, Косарев В.И., 2013.
2. Матричный анализ и линейная алгебра, Тыртышников Е.Е., 2005.
3. Теория матриц, Гантмахер Ф.Р., 5-е изд. - М.: Физматлит, 2010. - 560 с.
4. Матричные вычисления, Голуб Дж., Ван Лоун Ч., М.: Мир, 1999. - 548 с.
5. Численные методы безусловной оптимизации и решения нелинейных уравнений, Дэннис Дж., Шнабель Р., Мир, Москва, 1988 г.

Утверждаю  
Директор МБУ ДО «ДДТ»  
(Н.Ю.Киева)  
\* Том 3  
детской  
творческой  
студии  
2012



**КАЛЕНДАРНЫЙ УЧЕБНЫЙ ГРАФИК**  
первой части курса

| № п/п | Месяц    | Форма занятия       | Кол-во часов | Тема занятия   | Форма контроля |
|-------|----------|---------------------|--------------|--|----------------|
| 1     | сентябрь | лекция              | 2            | Рассмотрение причин возникновения погрешностей вычислений на ЭВМ на примерах.                                | опрос          |
| 2     | сентябрь | лабораторная работа | 2            | Моделирование ситуаций возникновения погрешностей вычислений.  | зачет          |
| 3     | сентябрь | лекция              | 2            | Вывод итерационной формулы поиска решения нелинейного уравнения $f(x)=0$ .                                   | опрос          |
| 4     | сентябрь | лабораторная работа | 2            | Реализация программы поиска решения нелинейного уравнения $f(x)=0$ методом Ньютона по вариантам.             | зачет          |
| 5     | октябрь  | лекция              | 2            | Вывод формул поиска решения нелинейного уравнения $f(x)=0$ методом Ньютона по вариантам.                     | опрос          |
| 6     | октябрь  | лабораторная работа | 2            | Реализация программы поиска решения нелинейного уравнения $f(x)=0$ методом половинного деления по вариантам. | зачет          |
| 7     | октябрь  | лекция              | 2            | Условия сходимости метода простых итераций решения нелинейных уравнений.                                     | опрос          |
| 8     | октябрь  | лабораторная работа | 2            | Разработка программы решения нелинейного уравнения $f(x)=0$ по вариантам.                                    | зачет          |
| 9     | ноябрь   | лекция              | 2            | Рассмотрение различных методов решения систем линейных   | опрос          |

|    |         |                     |   |   |
|----|---------|---------------------|---|---|
|    |         |                     |   | уравнений и проведение оценки скорости вычислений, сравнение алгоритмов по данному параметру.   |
| 10 | ноябрь  | лабораторная работа | 2 | Реализовать решение системы линейных уравнений на основе формулы Крамера и убедиться в том, что время решения задачи бесконечно растет при увеличении размерности матрицы системы линейных уравнений. |
| 11 | ноябрь  | лекция              | 2 | LU разложение матрицы, понятие унитарной матрицы и матрицы поворота вектора.  |
| 12 | ноябрь  | лабораторная работа | 2 | Разработка программы приведения матрицы к верхнему треугольному виду.   |
| 13 | декабрь | лабораторная работа | 2 | Разработка программы приведения матрицы к верхнему треугольному виду.   |
| 14 | декабрь | лекция              | 2 | Алгоритм Гаусса решения линейных уравнений, оценка скорости работы алгоритма. Рассмотрение случаев при которых возможно появление существенных погрешностей.  |
| 15 | декабрь | лабораторная работа | 2 | Разработка программы поиска решения системы уравнений методом Гаусса.   |
| 16 | декабрь | лабораторная работа | 2 | Разработка программы поиска решения системы уравнений методом Гаусса.   |

**КАЛЕНДАРНЫЙ УЧЕБНЫЙ ГРАФИК**  
по второй части курса

| № п/п | Месяц   | Форма занятия       | Кол-во часов | Тема занятия   | Форма контроля |
|-------|---------|---------------------|--------------|--|----------------|
| 1     | январь  | лекция              | 2            | Изучение пакета инженерной графики gnuplot. Примеры написания скриптов для получения различных типов графиков в операционных системах Linux и Windows. | опрос          |
| 2     | январь  | лабораторная работа | 2            | Решение практических заданий по вариантам для приобретения навыков работы с пакетом gnuplot.   | зачет          |
| 3     | январь  | лекция              | 2            | Рассмотрение методов интерполяции экспериментальных данных полиномами степени N.   | опрос          |
| 4     | январь  | лабораторная работа | 2            | Разработка программы поиска интерполяционного полинома на основе табличных данных.   | зачет          |
| 5     | февраль | лекция              | 2            | Определение производной. Вывод формул правой и левой разностных схем.  | опрос          |
| 6     | февраль | лабораторная работа | 2            | Вычисление производных известных функций численными методами и сравнение с результатами полученными аналитически.                                      | зачет          |
| 7     | февраль | лекция              | 2            | Вывод формулы центрального разностного соотношения для вычисления производной функции в точке $x_i$ .  | опрос          |
| 8     | февраль | лабораторная работа | 2            | Вычисление производных функций по вариантам используя формулу центрального разностного соотношения.  | зачет          |
| 9     | март    | лекция              | 2            | Определение интеграла.   | опрос          |
| 10    | март    | лекция              | 2            | Вывод формулы прямоугольников, оценка точности вычислений.   | опрос          |
| 11    | март    | лабораторная работа | 2            | Разработка программы вычисления интеграла по формуле прямоугольников.  | зачет          |
| 12    | март    | лабораторная        | 2            | Разработка программы вычисления интеграла по формуле   | зачет          |

|    |        |                     |        |  |
|----|--------|---------------------|--------|--|
|    |        |                     | работа | прямоугольников.   |
| 13 | апрель | лекция              | 2      | Вывод формулы трапеций.  |
| 14 | апрель | лекция              | 2      | Оценка точности вычислений по формуле трапеций.                |
| 15 | апрель | лабораторная работа | 2      | Разработка программы вычисления интеграла по формуле трапеций. |
| 16 | апрель | лабораторная работа | 2      | Разработка программы вычисления интеграла по формуле трапеций. |
| 17 | май    | лекция              | 2      | Вывод формулы Симпсона.  |
| 18 | май    | лекция              | 2      | Оценка точности вычислений по формуле Симпсона.                |
| 19 | май    | лабораторная работа | 2      | Разработка программы вычисления интеграла по формуле Симпсона. |
| 20 | май    | лабораторная работа | 2      | Разработка программы вычисления интеграла по формуле Симпсона. |